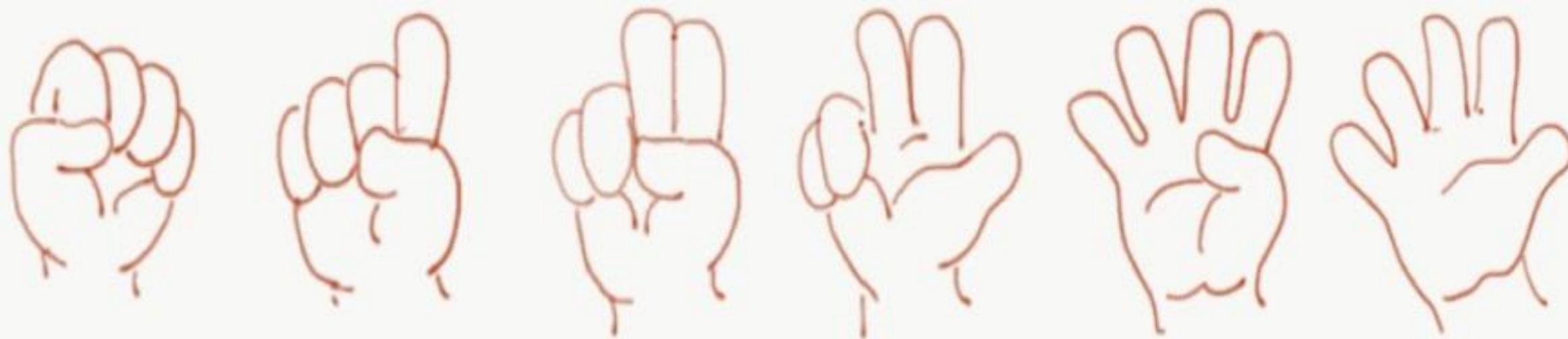


# la cultura del contare



**Per capire i numeri e la matematica bisogna prima passare per le origini e sapere che esiste una storia dell'evoluzione del pensiero matematico che ebbe inizio con la **cultura del CONTARE.****

CONTARE è istintivo  
?

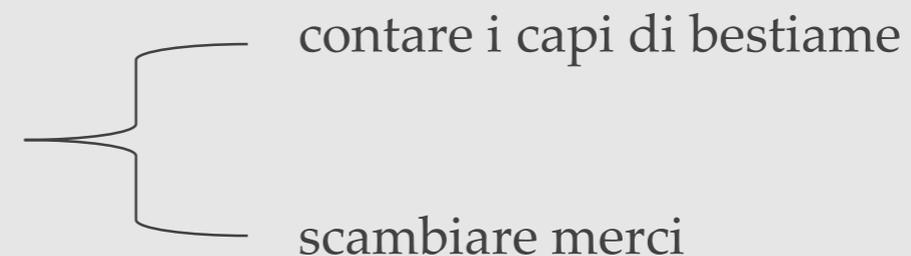
Quando?

Dove?

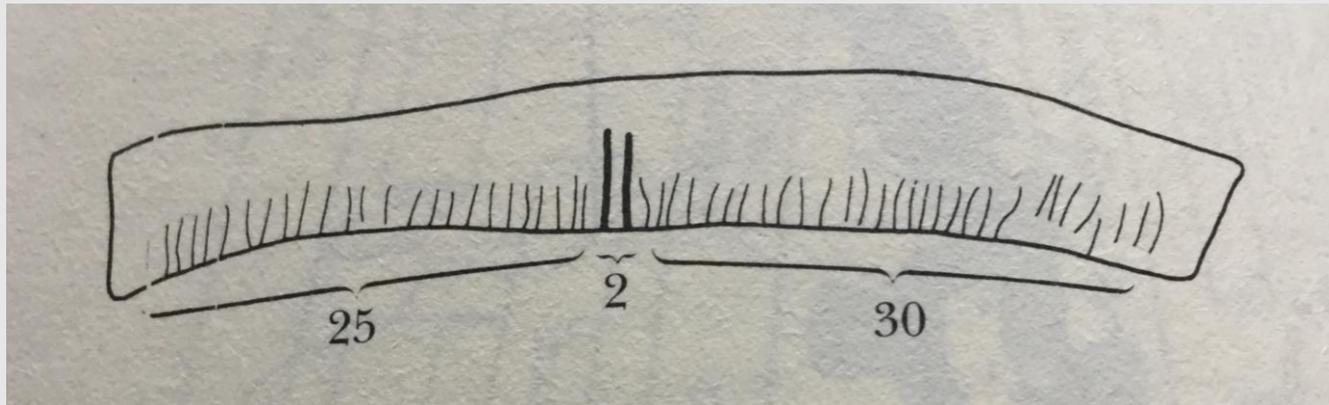
Perché?

Come?

In relazione alle attività del gruppo sociale ed alle esigenze materiali dei suoi membri.



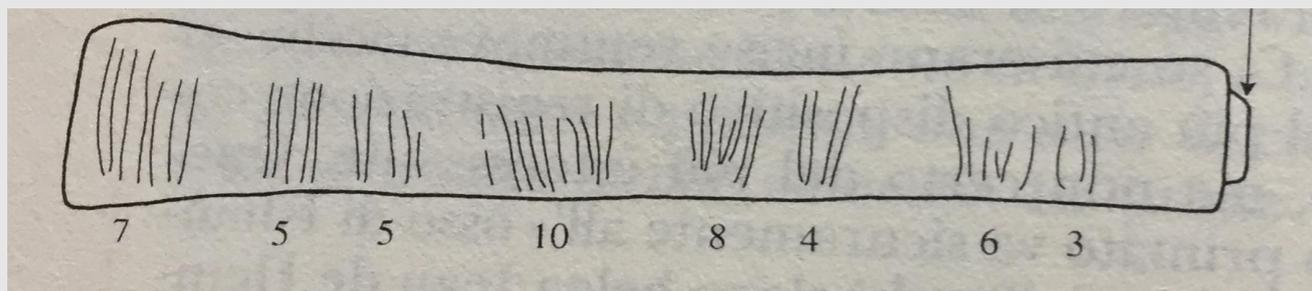
Le più antiche testimonianze della **pratica del contare** si trovano tra i resti di piccoli gruppi di cacciatori e raccoglitori che esistevano prima dei grandi gruppi di civiltà.



Serie di tacche incise su osso di lupo di epoca paleolitica (circa 30.000 a.C.) scoperto a Vestonice da Karl Absolon (1937)



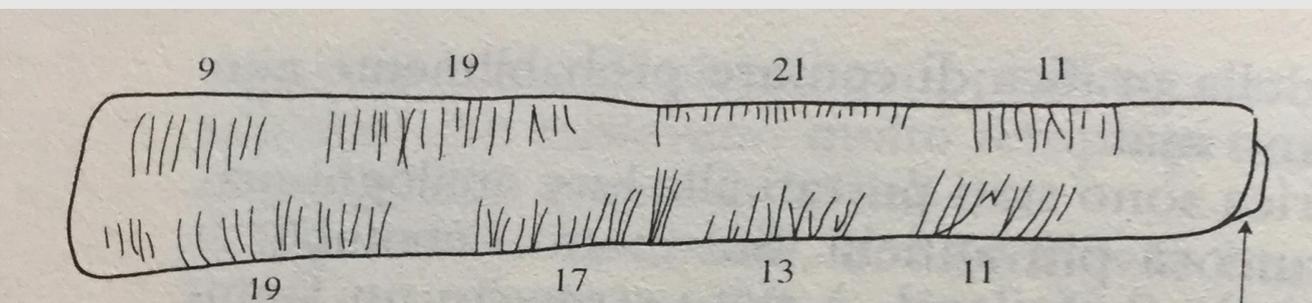
Perone di babbuino  
**manico di utensile rinvenuto presso lago Edoardo a Ishango (Africa)**  
**risalente al 9.000 a:C. circa**  
**da Jean de Heilzelin**



vista schematica delle due parti

riga uno: 7 5 5 10 8 4 6 3 (=48)

riga due: 9 19 21 11 (=60) 2 mesi lunari ?



riga tre: 19 17 13 11 (=60) 2 mesi lunari ?

SUMERI      uno = gesh = uomo  
due = min = donna      \_\_\_\_\_      l'uno maschile unito al due femminile  
molti = esh      dava origine alla prole.

Per l'uomo andare oltre i primi numerali era difficoltoso

Francis Galton (fine 800) documenta un baratto con un pastore dei Damara (sud Africa) di due pecore:

 = 2 stecche di tabacco

 = 4 stecche di tabacco

il pastore damara non contava le pecore ma ne riconosceva la proprietà dall'aspetto (muso); non aveva il senso del numero (quantità) per cui era impossibile contrattare lo scambio in gruppo; lo scambio avvenne una pecora alla volta

per il pastore  $1p+1p = 2s+2s$  non equivaleva a  $2p = 4s$   
non comprendeva l'equivalenza perché non riusciva a sintetizzare la nozione di "quattro".

A partire dal quattro si rivelava necessaria una tecnica che consentisse in qualche modo il controllo di quantità più numerose.

In molte lingue primitive esistevano parole diverse per indicare un numero maggiore della stessa cosa.

Tab. 2.1 Numerali usati dalle tribù della Columbia Britannica (Canada) che parlavano la lingua Tsimshian.

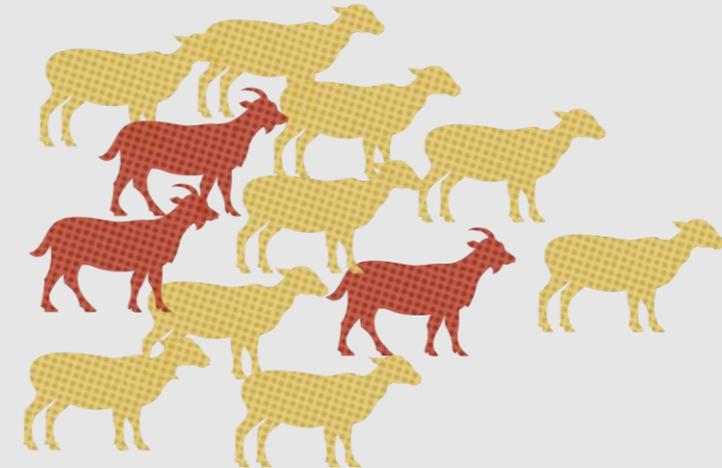
Numero	Conteggio orale	Oggetti piatti	Oggetti rotondi	Uomini	Oggetti allungati	Canoe	Misure
1	gyak	gak	g'erel	k'al	k'awutskan	k'amaet	k'al
2	t'epqat	t'epqat	goupel	t'epqadal	gaopskan	g'alpēeltk	gulbel
3	quant	quant	gutle	gulal	galtskan	galtskantk	guleont
4	tqalpq	tqalpq	tqalpq	tqalpqdal	tqaapskan	tqalpqsk	tqalpqalont
5	ketōne	ketōne	ketōne	keenecal	k'etoentskan	tetōonsk	ketonsilont
6	k'alt	k'alt	k'alt	k'aldal	k'aoltskan	k'altk	k'aldelont
7	t'epqalt	t'epqalt	t'epqalt	t'epqaldal	t'epqaltskan	t'epqaltk	t'epqaldelont
8	guandalt	yuktalt	yuktalt	yuktleadal	ek'tlaedskan	yuktaltk	yuktaldelont
9	ketemac	ketemac	ketemac	ketemacal	ketemaetskan	ketemack	ketemasilont
10	gy'ap	gy'ap	kpēel	kp'al	kpēetskan	gy'apsk	kpeont

Informazioni raccolte da Franz Boas e pubblicate per la prima volta nel 1881.

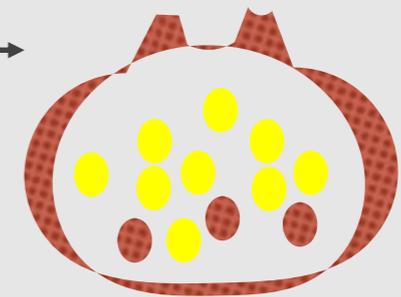
C'è una distinzione tra il senso del numero e la capacità di contare:  
si potrebbe pensare che non si possa avere il primo senza la seconda;  
ma è chiaro che la mente ha percezione di piccole quantità, ma non  
di quantità superiori al cinque.



Oltre il cinque la mente non registra il numero  
degli oggetti a meno dello sforzo di contare.



Oltre i piccoli assieme si inizia a registrare = ciottoli/bacche



Conteggio per comparazione

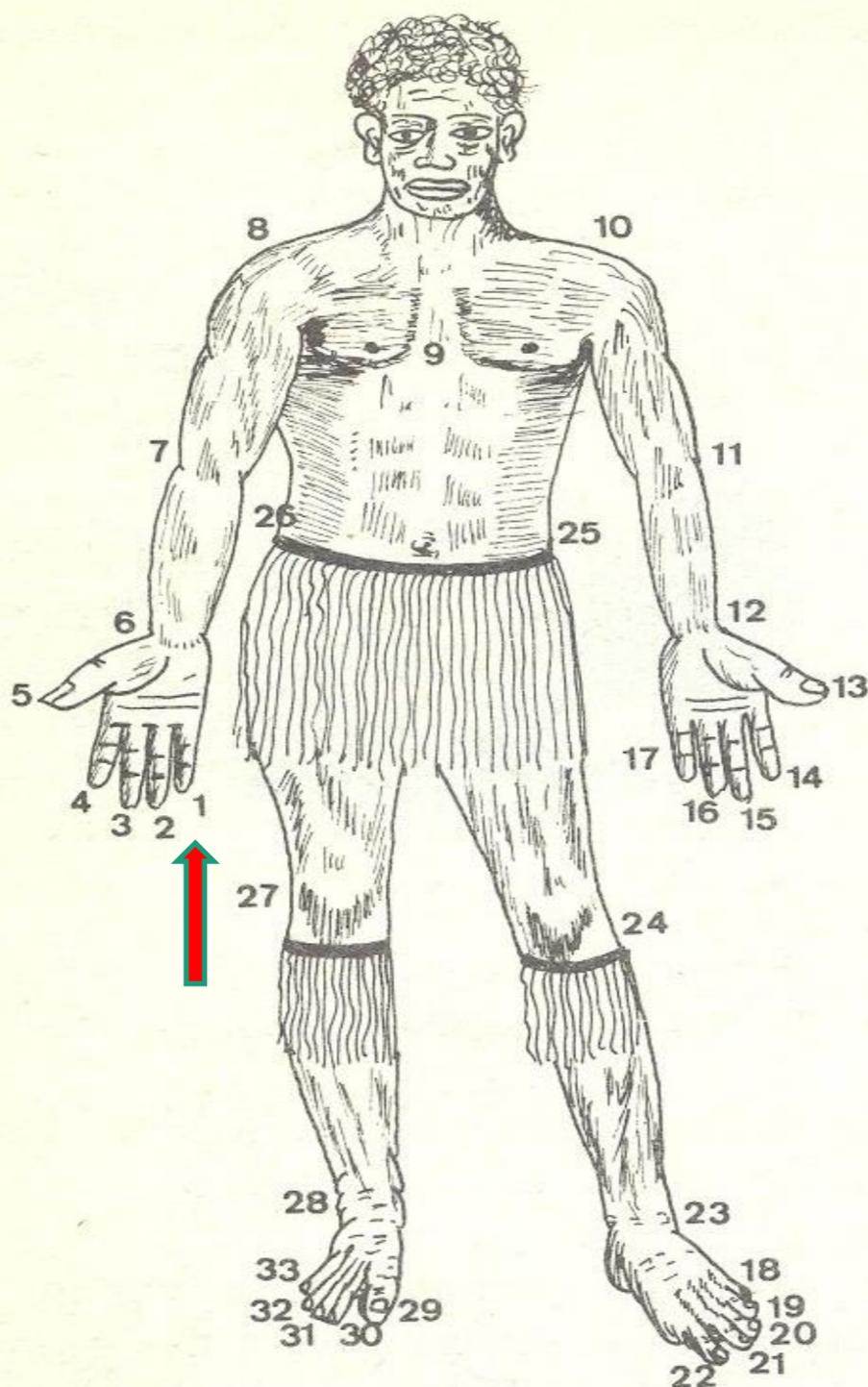
*Il contare per comparazione dà l'idea di maggiore/minore ma non di quantità.*

Si comincia a contare con l'utilizzo del corpo



Quando ?

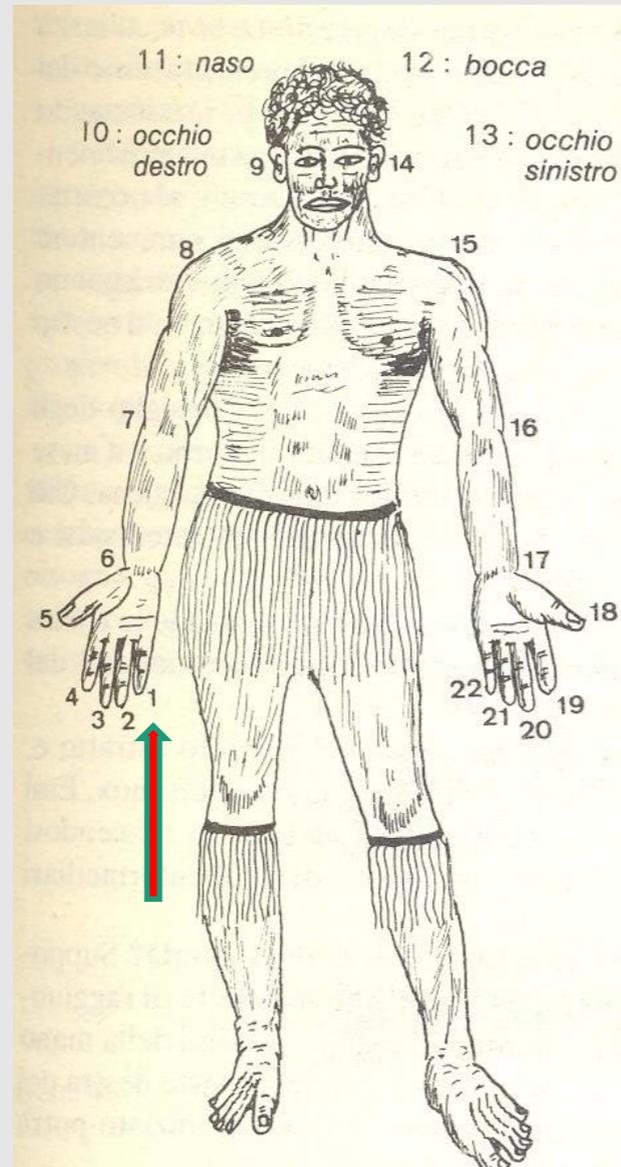
Conteggio abitanti isole stretto di Torres:



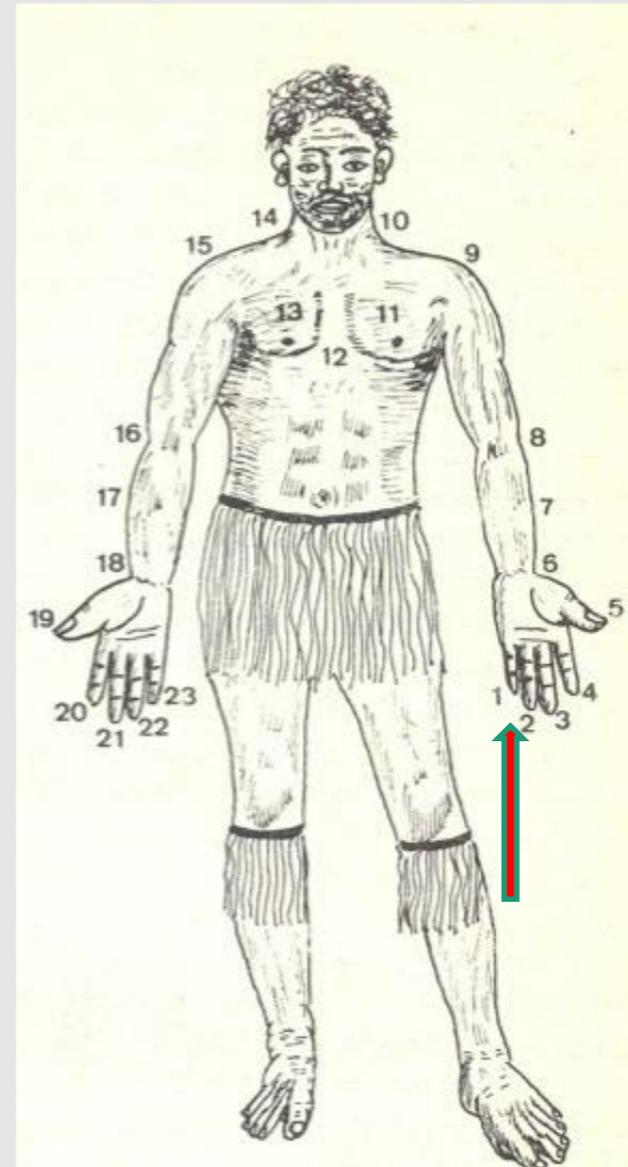
- 1 : *mignolo della mano destra*
- 2 : *anulare destro*
- 3 : *medio destro*
- 4 : *indice destro*
- 5 : *pollice destro*
- 6 : *polso destro*
- 7 : *gomito destro*
- 8 : *spalla del lato destro*
- 9 : *sterno*
- 10 : *spalla del lato sinistro*
- 11 : *gomito sinistro*
- 12 : *polso sinistro*
- 13 : *pollice sinistro*
- 14 : *indice sinistro*
- 15 : *medio sinistro*
- 16 : *anulare sinistro*
- 17 : *mignolo della mano destra*
- 18 : *mignolo del piede sinistro*
- 19 : *anulare del piede sinistro*
- 20 : *medio del piede sinistro*
- 21 : *indice del piede sinistro*
- 22 : *alluce del piede sinistro*
- 23 : *caviglia sinistra*
- 24 : *ginocchio sinistro*
- 25 : *anca sinistra*
- 26 : *anca destra*
- 27 : *ginocchio destro*
- 28 : *caviglia destra*
- 29 : *alluce del piede destro*
- 30 : *indice del piede destro*
- 31 : *medio del piede destro*
- 32 : *anulare del piede destro*
- 33 : *mignolo del piede destro*

## Il contare usato nella Nuova Guinea

Papua



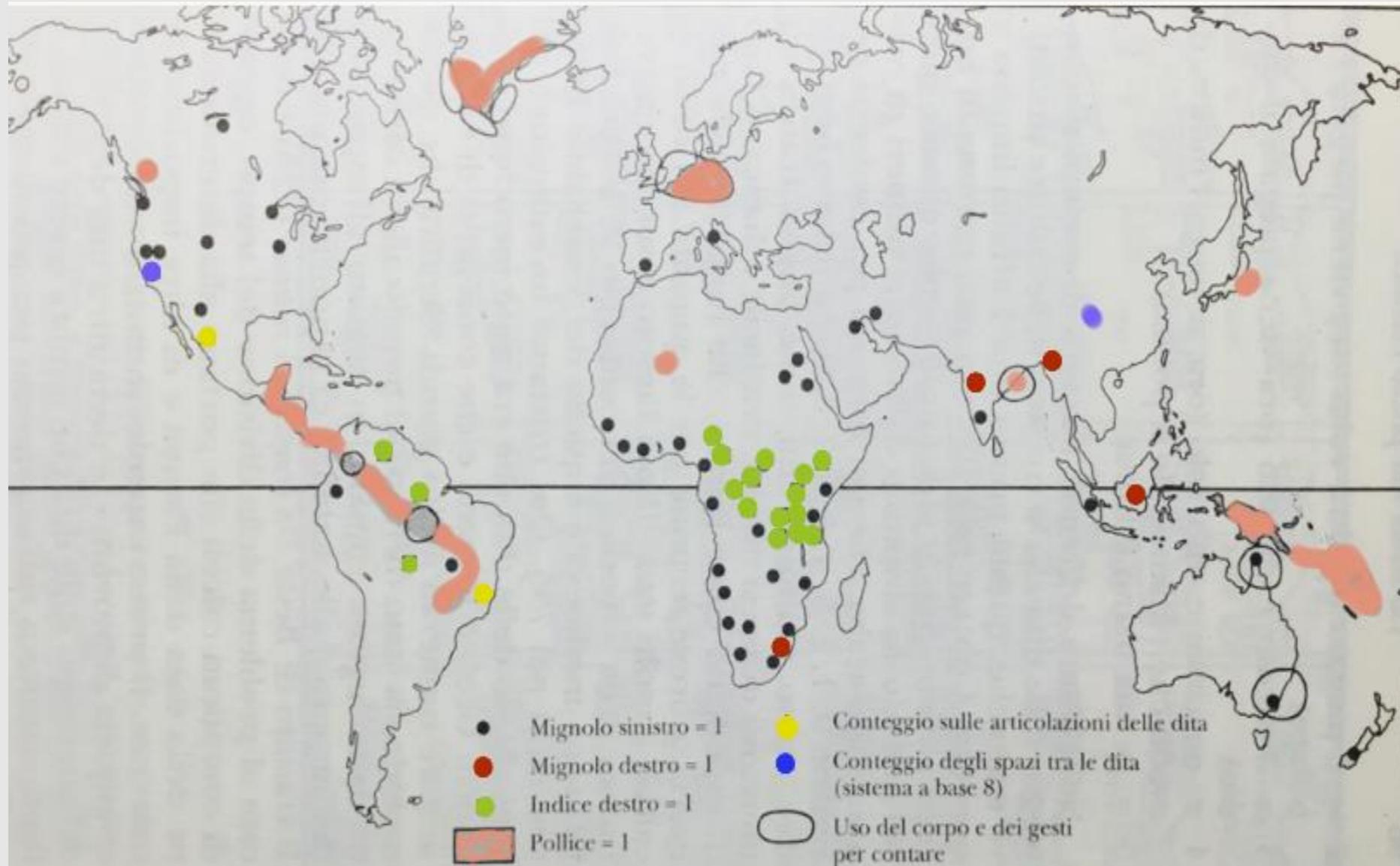
Elema



L'utilizzo delle parti del corpo per contare, si distingue dagli altri sistemi (sassolini) perché indicandone la posizione si identifica già la grandezza dell'insieme.

Rintracciando le analogie nella tecnica di contare con le parti del corpo è stato possibile ricostruire la diffusione delle varie pratiche di conteggio da una cultura all'altra.

Tavola di Abraham Seidemberg: distribuzione delle tecniche di conteggio sulle dita ricavate da fonti storiche ed antropologiche.



Il fatto che società antiche, del tutto prive di contatti tra loro, abbiano elaborato sistemi di conteggio analoghi ci induce a pensare che esista una qualche propensione mentale comune nei processi del pensiero umano, ovvero qualche aspetto dell'ambiente o dell'anatomia che produce una risposta comune. (J. D. Barrow)

# La mano diventa la macchina per contare

Culture primitive ————— Numerali prendono significati anatomici.



Indiani Zuni (Mexico) avevano i numerali il cui significato era dato dalla disposizioni delle dita:

uno	top-in-te	preso per cominciare
due	kwil-li	sollevato con il precedente
tre	ha'-i	il dito che divide
quattro	a-wi-te	tutte le dita sollevate meno uno
cinque	op-te	segnato e tolto
sei	to-pa-li-k'ya	un altro aggiunto a ciò che è stato contato
sette	kwil-li-li-k'ya	due prese e tenuto su con il resto
otto	ha-i-li-k'ya	tutte meno due tenuto su con il resto
nove	ten-a-li-k'ya	tutte meno uno tenute su con il resto
dieci	as-tem-'thla	tutte le dita
undici	as-tem-'thla-to-pa-ya'thi-to-na	tutte le dita più uno tenuto su
...venti	.....	due volte tutte le dita

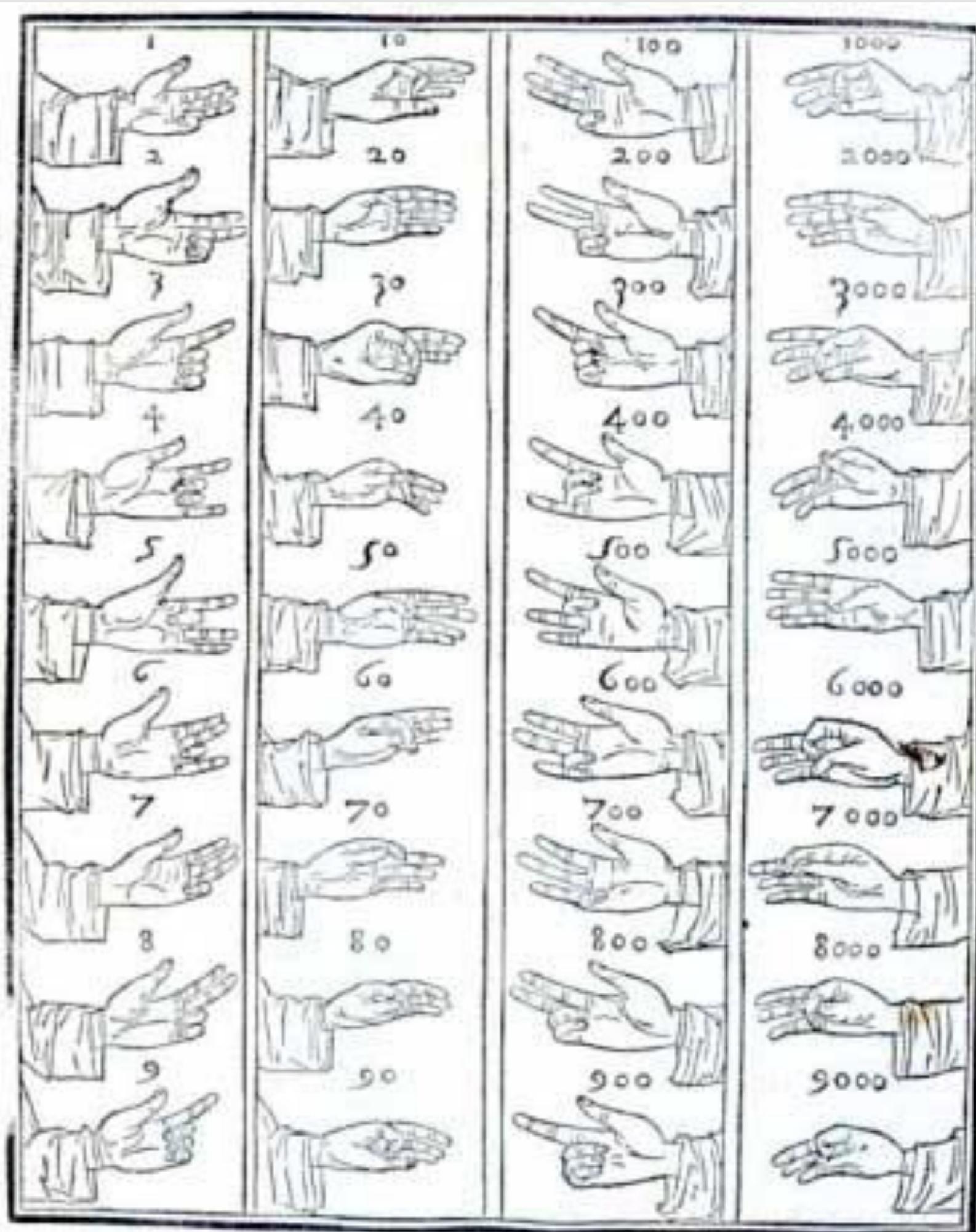
C'è un possibile legame tra i moderni numerali indo-europei e termini derivanti dal contare sulle dita.

- ❖ nel tedesco: **zehn** (dieci) deriva da **zehan** collegato a **zwei hande** (due mani) e a **zehen** (dita dei piedi)
- ❖ nell'inglese: **twenty** da **twains of tens** (coppia di decine)
- ❖ nel russo: **piat** (cinque) da **piast** (mano aperta)

Il contare sulle dita rimane in auge in Europa fino al XVI° secolo con l'arrivo dei numeri arabi

Tavola de "Il contare sulle dita"  
Germania 1727  
metodo del Venerabile Beda  
di Jacob Leupold  
in uso tra mercanti

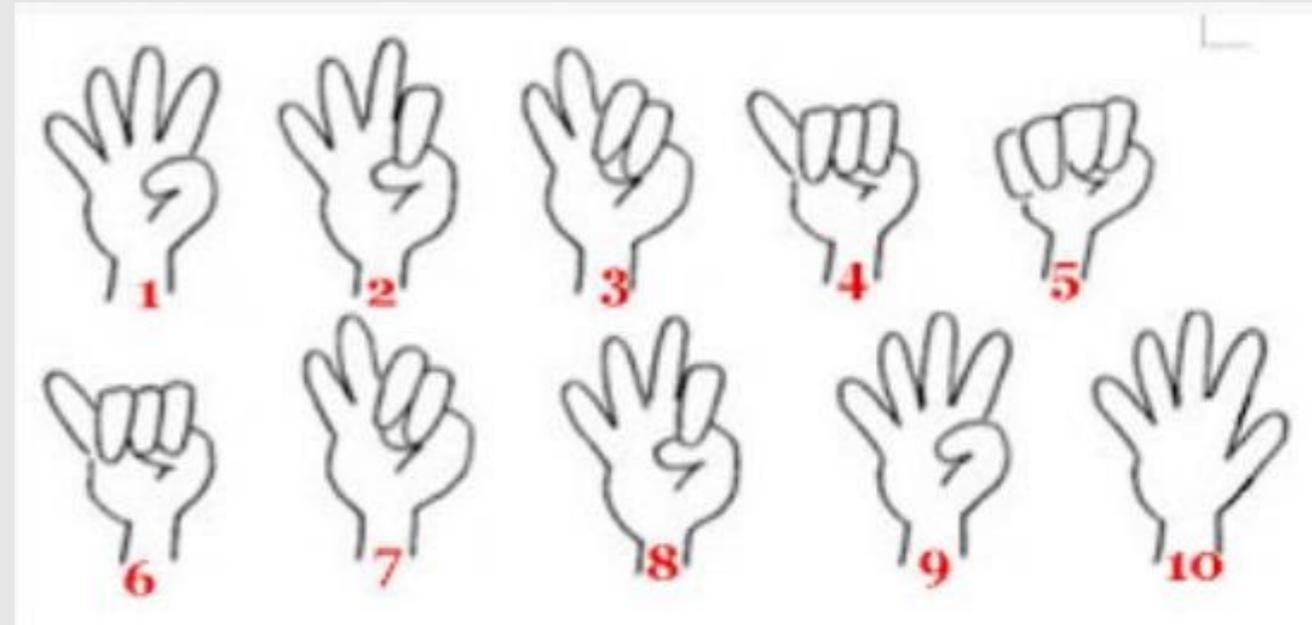
Si usavano simili metodi in ambienti molto rumorosi (ippodromi – contrattazione di borsa) dov'era difficile una comunicazione orale, fino alla comparsa dell'informatica.



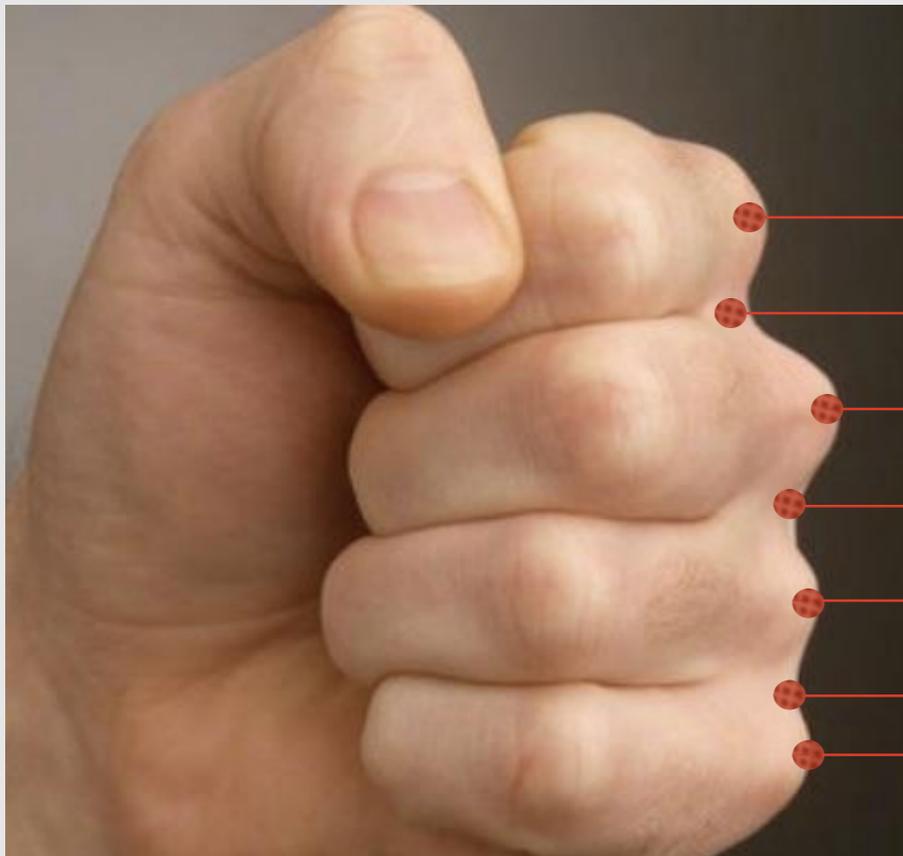
i Dene-Denje (tribù indiana d'America) contano partendo da mano aperta, e le parole che indicano i numerali da uno a cinque significano:

- uno** l'estremità è piegata
- due** è piegato un'altra volta
- tre** il medio è piegato
- quattro** ne rimane uno solo
- cinque** la mia mano è finita

Contare con le dita  
dei giapponesi  
(partono da mano aperta)



Contare i mesi sulla mano  
(quelli sulle nocche hanno 31 giorni)



- gennaio - agosto
- febbraio - settembre
- marzo - ottobre
- aprile - novembre
- maggio - dicembre
- giugno
- luglio

*Suta 'l təc de 'na baraca  
'l Martin al fa la caca  
'la fa mola mola mola  
e 'l dutur 'la cuntrola  
'la cuntrola vérs mesdì  
a sta suta tuca a ti.*

L'essere umano ha attraversato tre fasi fondamentali prima di pervenire al nostro sistema di numerazione.

**in una prima fase** si distingueva tra uno, due e molti;

**in una seconda fase** è stato superato il limite del tre e utilizzato il linguaggio corporale per contare;

**in una terza fase** l'uomo ha dovuto liberare il linguaggio numerico da quello corporale.

# BASI DEL CONTARE

I sistemi di numerazione derivano tutti dall'uso di basi diverse.

Base del sistema : **il numerale che definisce l'entità dell'unità collettiva**

**due** (pura e neo-binaria)

**cinque/dieci / venti**

**(dodici)**

**(sessanta)**

**dieci**

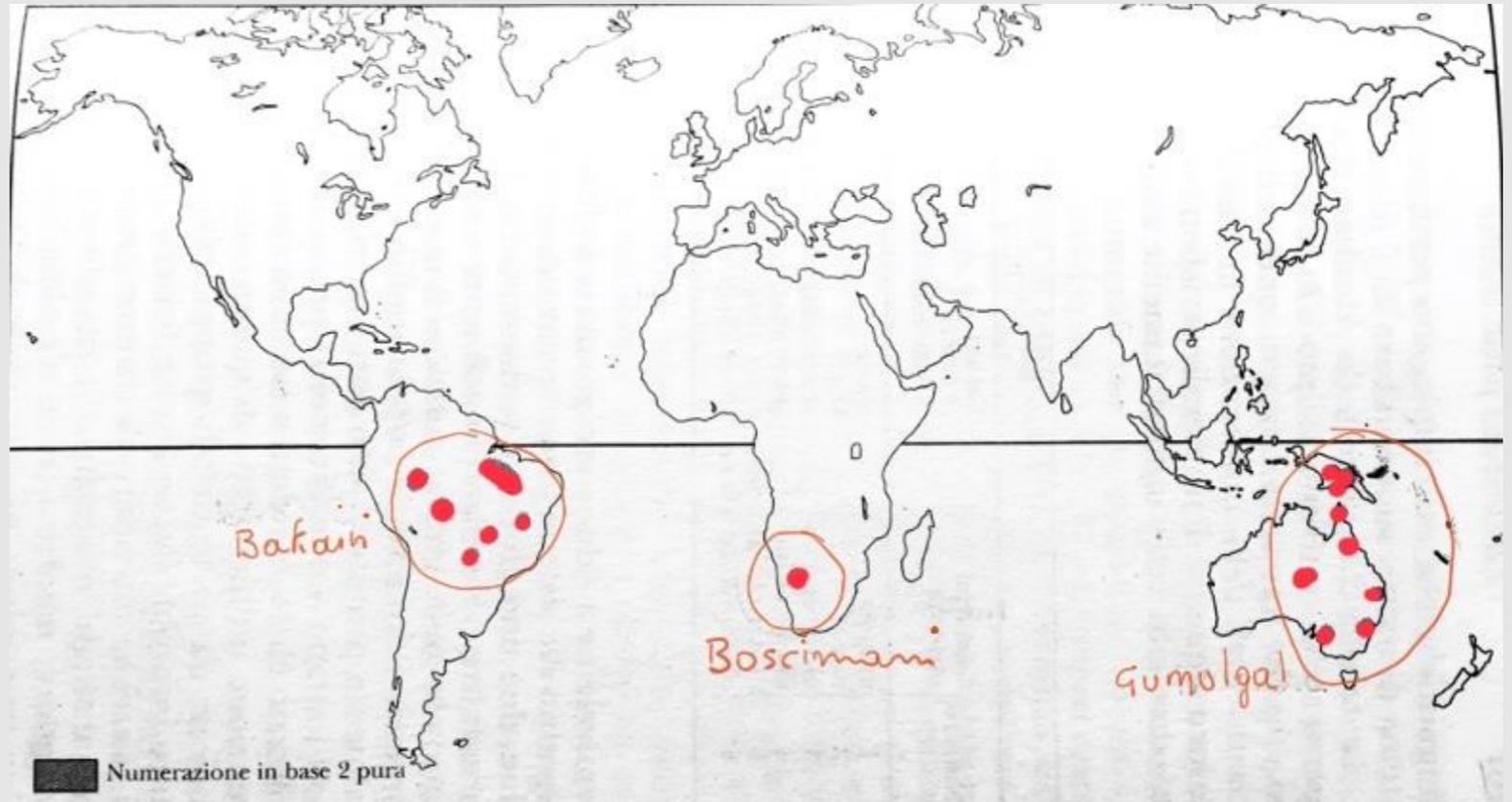
# Numerazione a base due pura

Numerazione a base due nota ai Sumeri (3000 a.C.)  
che usavano tre numerali dal significato:

gesh = uno = uomo  
min = due = donna  
esh = molti (plurale)

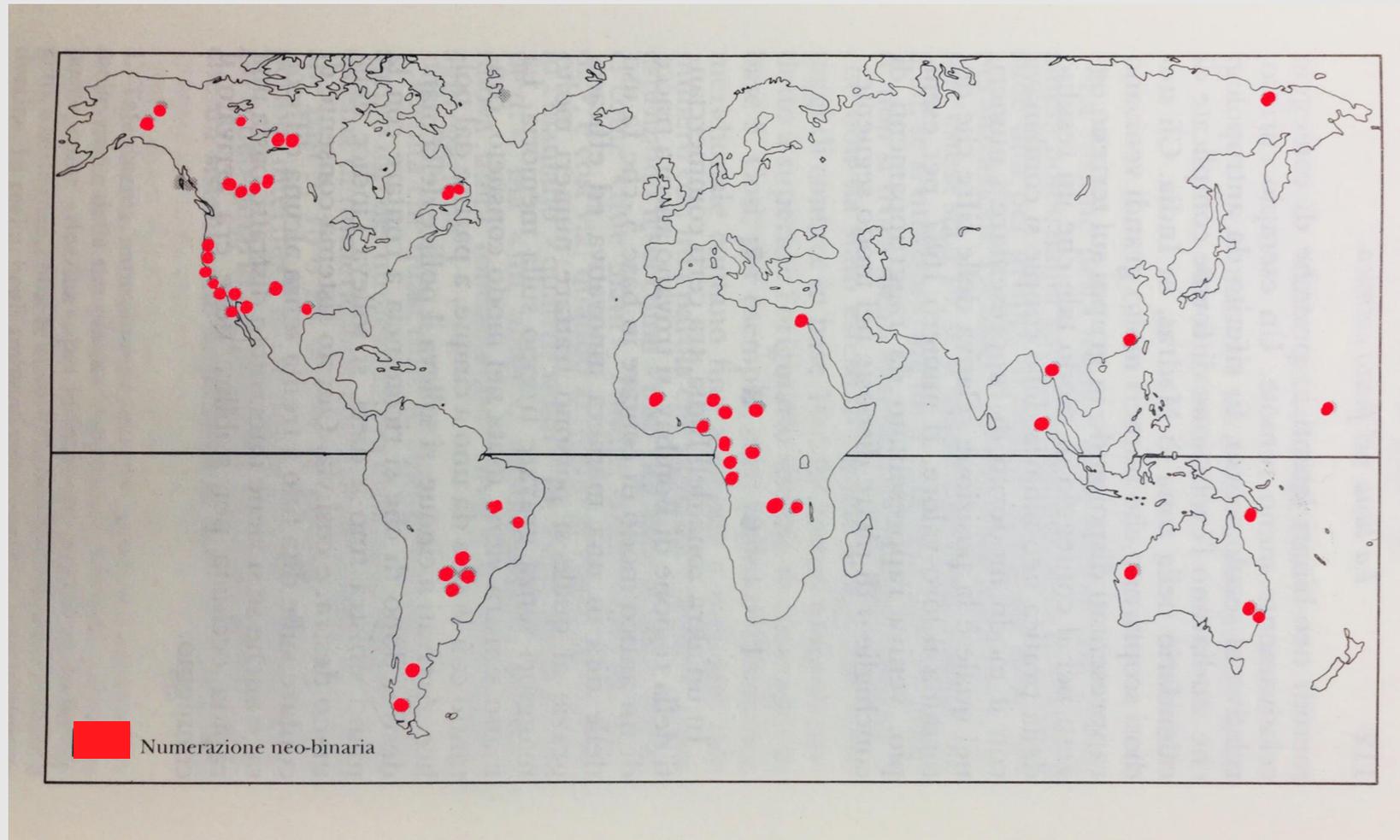


sistema duale: due mani  
due piedi  
due occhi  
due braccia  
due gambe  
ecc.



	Bakairi	Boscimani	Gumalgal
uno	tokale	xa	urapon
due	ahage	t'oa	ukasar
tre	ahage-tokale	'quo	ukasar-urapon
quattro	ahage-ahage	t'oa-t'oa	ukasar-ukasar
cinque	ahage-ahage-tokale	t'oa-t'oa-xa	ukasar-ukasar-urapon
sei	ahage-ahage-ahage	t'oa-t'oa-t'oa	ukasar-ukasar-ukasar

# Numerazione neo-binaria



Introduzione di altri numerali

tre



quattro



Sistema babilonese (1800-1600 a.C.)  
a base **tre orizzontale**



Sistema persiano (500 a.C.)  
a base **due verticale**



Il sistema a **base due** indica con certezza che il contare non comincia necessariamente dal contare sulle dita (sulle dita il 6 è 5+1 e non 2+2+2)

Il neo-binario si evolve verso un sistema di numerazione che in effetti si basa sul **cinque** favorito dall'uso delle dita.

# Numerazione a base cinque/dieci e cinque/venti

Indios dell'America meridionale:

uno	5 	8  -tre	11   -uno	15   
due				
tre	6  -uno	9  -quattro	.....	16    -uno
quattro				
	7  -due	10  		... 20    



Il sistema a **base 5/10** costruisce i numeri maggiori solo con multipli di dieci  
( $70 = 7 \times 10$ )

Il sistema 5/20 era usato dagli Aztechi per il calendario profano:

settimane di 5 giorni

mesi di 20 giorni

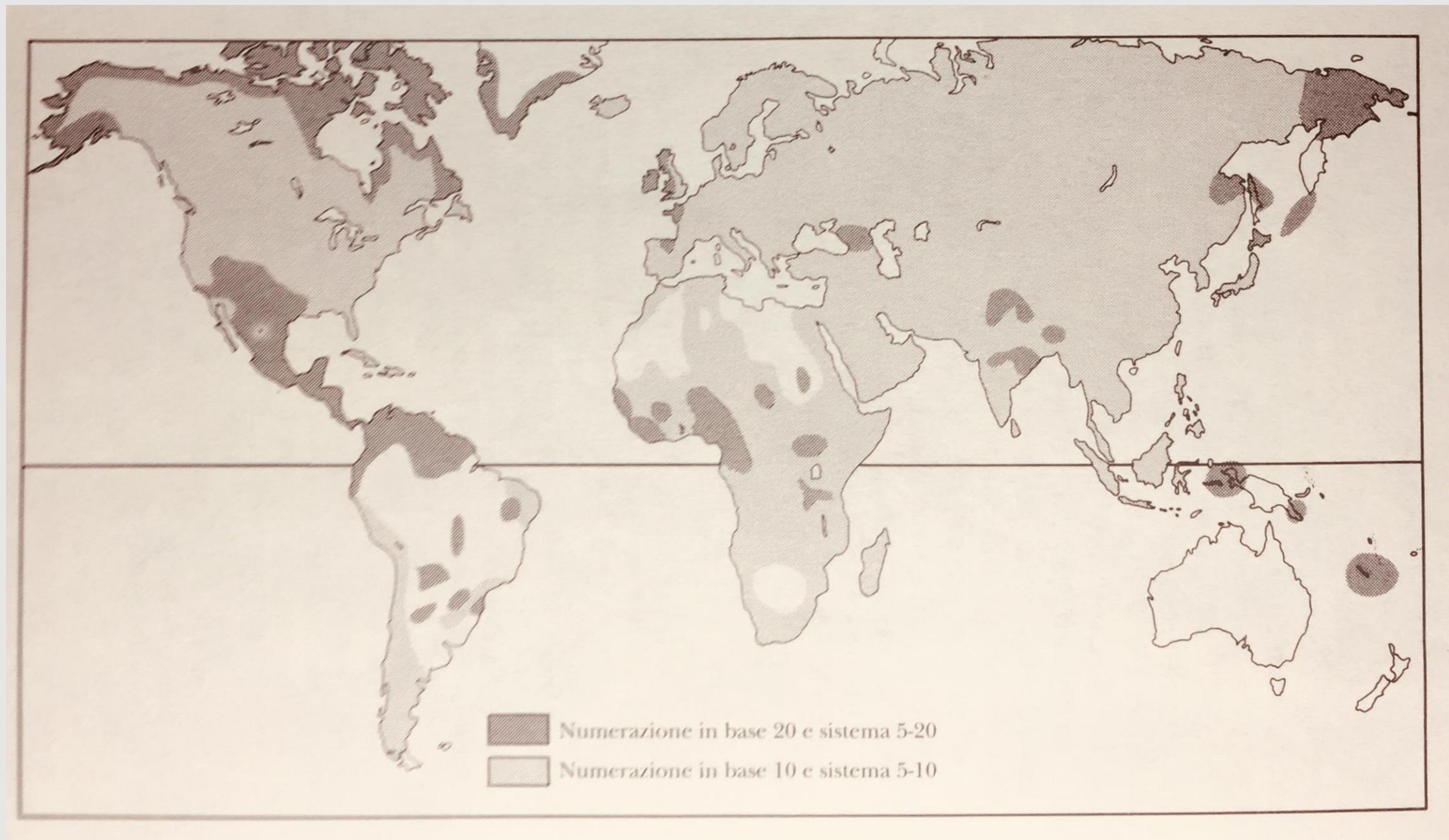
anno di 18 mesi =  $360\text{gg} + 5\text{gg}$  nefasti

Il sistema a **base 5/20** costruisce i numeri maggiori sui multipli di venti  
( $60 = 3 \times 20$      $70 = 3 \times 20 + 10$ ) *Mexico- Maya-Yucatan*

Si potrebbe immaginare che per le popolazioni più antiche dei climi caldi, che stavano a piedi nudi o con sandali, fosse naturale contare con tutte le dita, delle mani e dei piedi.

Sistema 5/20 era dominante in Europa occidentale; rimangono tracce nel francese ( $80 = \textit{quatre-vingts}$ ) nell'inglese (*score* = *tacca che si incidava sul bastone* ogni volta che si contava fino a 20)  
In latino il termine *viginti* non è collegabile né al 2 né al 10 ma associabile a *victi* o *vincti* che sta per «*legati mani e piedi*».

Interessante notare che a Parigi c'è un ospedale molto antico costruito per 300 veterani di guerra col nome duecentesco *Hopital des Quinz-Vingts* (*ospedale delle 15 ventine*) oggi centro nazionale di oftalmologia.



Distribuzione dei sistemi di numerazione basati sui sistemi 5-10 e 5-20

I sistemi 5/10 e 5/20 cadono con l'avvento del sistema a base 10

# Numerazione a base dodici

L'origine sta forse nella "calcolatrice" mano = 12 falangi col pollice cursore.

Usata dai Sumeri (3000 a.C.) e Babilonesi per

- lunghezze
- superfici
- capacità

giornata = 12 periodi di 2 ore ciascuna

Usata dai Romani < peso "asse" = 12 onces  
moneta

- cerchio eclittico 12 "beru" (settori) di 30°
- zodiaco

Britannia

- 1 piede = 12 pollici
- 1 pollice = 12 linee
- 1 linea = 12 punti

moneta: 1 scellino = 12 pences

La base 12 è presente in Indocina, India, Pakistan, Afghanistan, Iran, Iraq, Turchia, Siria ed Egitto. Il numerale *dodici* rimane nella lingua inglese (*eleven-twelve*) I numerali che seguono hanno il suffisso *-teen*

**anatomia:** 12 paia di nervi cranici  
12 vertebre toraciche  
12 paia di coste  
12 falangi dita (escl. pollice)

**calendario:** 12 mesi  
12 segni zodiaco  
12 ore antimeridiane  
12 ore pomeridiane

**musica:** 12 semitoni per 1 ottava

**diritto:** XII tavole nel diritto romano  
i 12 del Popolo (Pisa 13° e 14° sec.)  
i 12 di Siena (14° sec.)  
i 12 Procuratori di Firenze (1480-1494)  
Collegio dei 12 di Venezia (1548-1780)  
12 giurati per processi penali anglosassoni  
12 principi fondamentali Costituzione Italiana

**mitologia:** **greca** > 12 dei principali dell'Olimpo  
12 Titani e 12 Titanidi  
**romana** > 12 fatiche di Ercole

**religione:** 12 figli di Giacobbe  
12 tribù d'Israele  
12 profeti minori  
12 anni di Gesù quando va al tempio  
12 apostoli  
12 cesti d'avanzo pesci nel miracolo della moltiplicazione  
12 stazioni originarie (XIV sec.) della Via Crucis  
12x2 i vegliardi che attorniano trono di Dio  
12x12x1000 (144000) i "redenti della terra"  
12 le porte della Gerusalemme celeste

**(cucina)**

Il numerale **dodici** ha sei divisori (1,2,3,4,6 e 12) cioè ha necessità di poche frazioni

12 numerale “**sublime**” = numero intero positivo che ha un numero di divisori positivi, compreso sé stesso (1,2,3,4,6,12), che sommati danno un numero perfetto.

Un **numero**  $n$  si dice **perfetto** se la somma dei suoi divisori (compreso se stesso) è uguale a  $2n$ .

Per esempio:  $1+2+3+6=12$  ;  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28=56$  ; dunque **6, 28** sono **numeri** perfetti.

Ad oggi si conoscono solamente **due numeri sublimi**, 12 e il numero di 76 cifre:

6.086.555.670.238.378.989.670.371.734.243.169.622.657.830.773.351.885.970.528.324.860.512.791.691.264

# Numerazione a base sessanta

Mistero?

SUMERI 3200-3100 a.C.  
Mesopotamia



BABILONESI  
ASSIRI



GRECI



OGGI

Per i Sumeri prima fu un conteggio orale basato sul 5, sul 10 e il 20 ad ogni multiplo di dieci veniva dato un nome fino a 59, al 60 veniva dato un nome come nuova unità (**gesh-ta**); in seguito con l'introduzione della scrittura cuneiforme su argilla vennero creati i simboli.

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

1 = gesh	6 = àsh
2 = min	7 = imin
3 = esh	8 = ussu
4 = limmu	9 = ilimmu
5 = ià	10 = u

.....

60	= gesh(ta)
600	= gesh-u (60x10)
3600	= shàr (60x60)
36000	= shàr-u (60x60x10)
216000	= shar-gal (60x60x60)

60



*Appare verosimile l'ipotesi che la base sessanta sia stata consapevolmente adottata e riconosciuta come fondamentale ai fini della misurazione: una grandezza di sessanta unità può venire infatti facilmente divisa in metà, terzi, quarti, quinti, sestimi, decimi, dodicesimi, quindicesimi, ventesimi e trentesimi, offrendo così dieci suddivisioni possibili." (2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 10 – 12 – 15 – 20 – 30)*

Numerazione esistente nei nostri sistemi

**geometria** 60 secondi d'arco = 1 minuto  
60 minuti = 1 grado  
60x6 (360) gradi = angolo giro

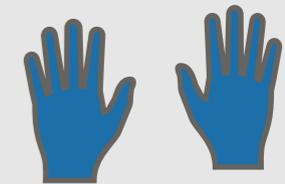
**misura del tempo** minuti = 1 ora  
secondi = 1 minuto

**navigazione** latitudine  
longitudine

Il sessanta è tuttora fisso nella numerazione francese

# Numerazione a base dieci (sistema decimale)

Deriva dal conteggio delle dita  
ma non è possibile individuare  
con precisione l'origine del  
sistema decimale

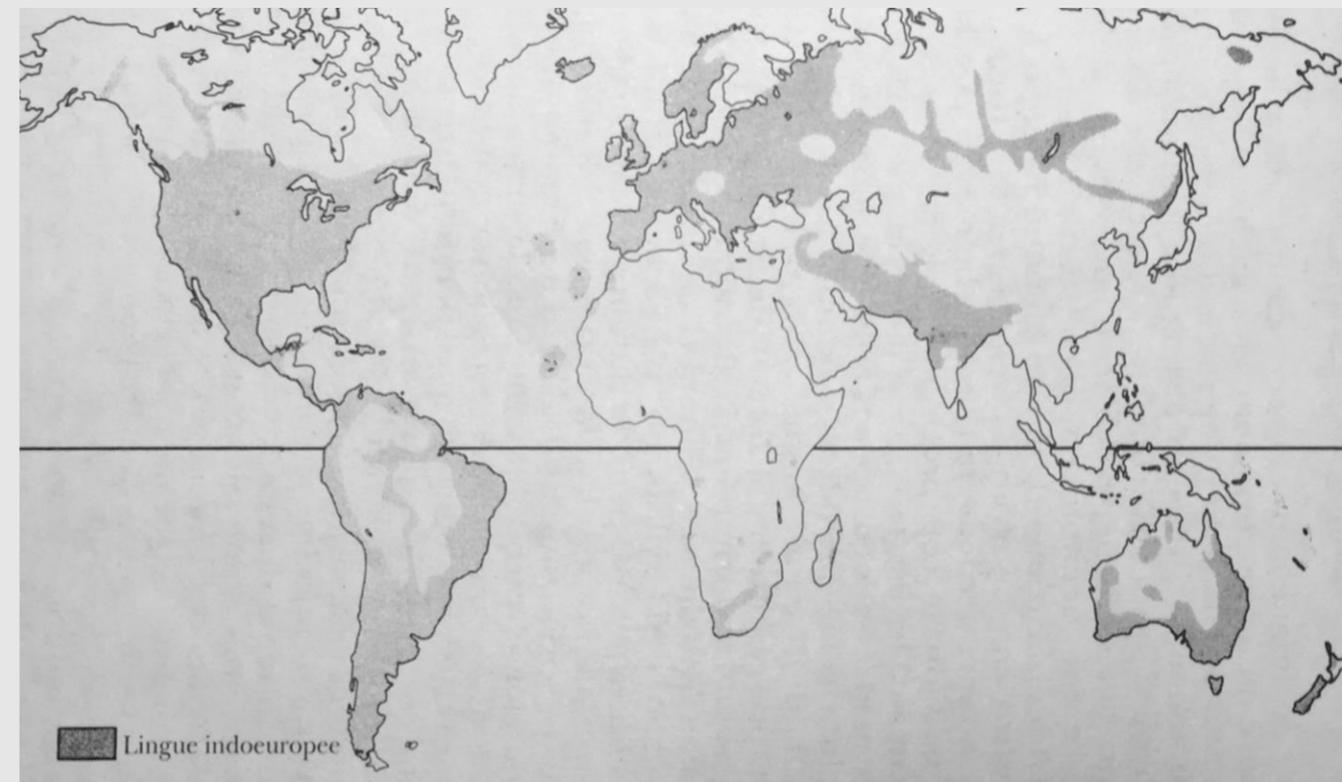


*Adottato per la sua praticità:*

*né troppo piccolo né troppo grande e simmetrico per formazione di una nuova unità*

*ogni multiplo della unità scelta: uno..... nove - dieci - cento - mille - milione - miliardo*

Il sistema si trova in tutte le lingue romanze dell'Europa (francese - spagnolo - italiano) e nelle lingue germaniche; elemento comune alle culture che contavano in base 5-10 e 5-20 è il fatto che le loro lingue appartengano alla famiglia di idiomi correlati (indo-europei) che si suppone derivino dalla stessa lingua madre che si è sviluppata attorno al 2500-3000 a.C.



**Il contare si evolverà in seguito passando da questa attività pratica al concetto astratto di numero (simbolo della numerazione).**

*Storicamente la scelta della base 10 si è definita in maniera quasi ufficiale e politica con le decisioni prese dalla Convenzione di Parigi dopo la Rivoluzione francese che disciplinò anche i sistemi di misurazione almeno per ciò che riguarda l'Europa continentale.*

NB:

Nelle popolazioni più primitive le diverse basi hanno distribuzioni diseguali ma qualche residuo arcaico rimane sempre: ad es. Eels nel 1913 fece una statistica tra centinaia di tribù del Nordamerica dove concluse che il 31% faceva uso di una base 10, il 31% di una base 5/10, il 27% di una arcaica base 2, il 10% di una base 20 e l'1% di una base 3.

## Tabù sulle pratiche del contare

Nelle tribù primitive la violazione di questo tabù (contare) portava anche alla pena di morte.

Una madre non contava i suoi figli per non attirare gli spiriti maligni

Essere contati suscitava la collera degli dei.

Resistenza ai censimenti in molte tribù africane da parte dei coloni

Contare un popolo per desiderio di conoscenza era considerato “sbagliato”. Il modo “giusto” era solo quello che faceva parte di una celebrazione rituale.

Bibbia:

Re Davide volle contare il suo popolo, ma fu considerato da Dio un peccato che attirò sul popolo stesso la pestilenza.

Non fu considerato peccato quando contò i suoi soldati per benedirli prima della battaglia.

(Tutti pregiudizi psicologici infondati)

# *Bibliografia*

*LA LUNA NEL POZZO COSMICO - J.D. Barrow - Biblioteca scientifica Adelphi*

*IMPRONTE DEGLI DEI - G. Hancock - Corbaccio edizione digitale*

*IL MULINO DI AMLETO – G. de Santillana / H. von Dechend - Adelphi edizioni*

*IL MONDO DENTRO IL MONDO - J.D. Barrow - Biblioteca scientifica Adelphi*

*GLI AZTECHI – Brian M. Fagan - Garzanti (Il corso della storia)*

*LA FISICA DEL DIAVOLO - Jim Al-Khalili - Bollati Boringhieri ediz. digitali*

*L'ENIGMA DEI NUMERI PRIMI - Marcus du Sautoy - BUR saggi ediz. digitali*

*I CALCOLI DEGLI ANTICHI SUMERI - Laboratori sui sistemi di numerazione*

*NOTA SULLA STORIA DEL CONCETTO DI NUMERO – didattica della matematica*

*LA FISICA DEI PERPLESSI – Jim Al-Khalili – Bollati Boringhieri*

*IL CAMMINO DELLA MATEMATICA NELLA STORIA – Beccastrini, Nannicini – Armando editore*

*LA NASCITA DEI NUMERI NATURALI – Prof. Luca Basteris*

*LA CULTURA DEL CONTARE – Dr. L. Montelli – Dr. M. Sandri – Università di Trento*

# la cultura del contare

